

Introduction

Cette note de cours est une version préliminaire servant avant tout de support à son auteur pour l'enseignement. Ce cours intitulé "Modèles Mathématiques pour la physique" est enseigné à l'université Joseph Fourier de Grenoble en Master 2 Professionnel "Ingénierie Mathématique et Simulation Numérique".

Objectifs du cours Le sujet "modèles mathématiques pour la physique", est très vaste. Nous ne considérons dans ce cours que des évolutions en temps continu en laissant de côté les modèles à événements discrets chers aux automaticiens et électroniciens. De même, nous nous focaliserons sur les modélisations déterministes en laissant de côté les modèles statistiques et stochastiques. Une fois ces restrictions faites la plupart de nos modèles seront basés sur des équations différentielles et des équations algébriques. Enfin, en ce qui concerne les applications, le terme "Physique" sera à entendre comme les sciences de l'ingénierie et principalement la Mécanique et l'Électromagnétisme.

Lorsque l'on souhaite effectuer de la simulation numérique de processus physiques, certains aspects s'avèrent particulièrement important :

- Comprendre les phénomènes physiques représentés dans le modèle que l'on souhaite simuler et savoir faire la relation entre ceux-ci et leurs modélisations par un système d'équations.
- Connaître les limites des modèles physiques que l'on utilise ainsi que les limitations des méthodes numériques que l'on emploie pour les simulations.
- Enfin, comprendre les principales propriétés mathématiques des équations utilisées.

Si une partie de ces objectifs s'acquiert par l'étude et la pratique de la simulation numérique de phénomènes physiques bien particuliers, il n'en reste pas moins que des enseignements relativement généraux peuvent être donnés sur des modèles simples et bien identifiés. C'est la tâche de cours et pour cela nous essaierons d'aborder les points suivants :

- *Propriétés mathématiques des systèmes d'équations issus de la physique*: caractère bien posé, existence et unicité dans les grandes lignes, conditions aux limites. Pour ces aspects, nous ne ferons que des rappels de choses déjà bien connues. Il s'agit avant tout de juger a priori de la validité d'un modèle mathématique.
- *Propriétés qualitatives des modèles mathématiques*. Il s'agit de faire le lien entre les modèles mathématiques et les phénomènes physiques modélisés. Pour ne citer que les plus classiques : Transport/Convection, Diffusion, Propagation d'ondes, Réaction, advection,

.....

- *Principaux modèles non linéaires* Enfin, nous étudierons quelques modèles mathématiques incontournables. Il s'agira des systèmes hyperboliques de conservation, des équations de Navier–Stokes et des équations de Maxwell.

DRAFT