

Introduction à la méthode des éléments discrets (MED/DEM) Webinaire I-Risk

Vincent Acary

INRIA Grenoble Rhône-Alpes
Equipe projet TRIPOP

25 novembre 2020

Web' I·RISK

- ① Principe de la méthode des éléments discrets

- ② Modélisation
 - Equations du mouvement
 - Lois d'interface

- ③ Simulation numérique & Outils logiciels
 - Méthodes d'intégration en temps
 - Méthodes explicites et approches compliantes
 - Méthodes implicites et approches rigides

- ④ Applications de la MED en géotechnique

1 Principe de la méthode des éléments discrets

2 Modélisation

- Equations du mouvement
- Lois d'interface

3 Simulation numérique & Outils logiciels

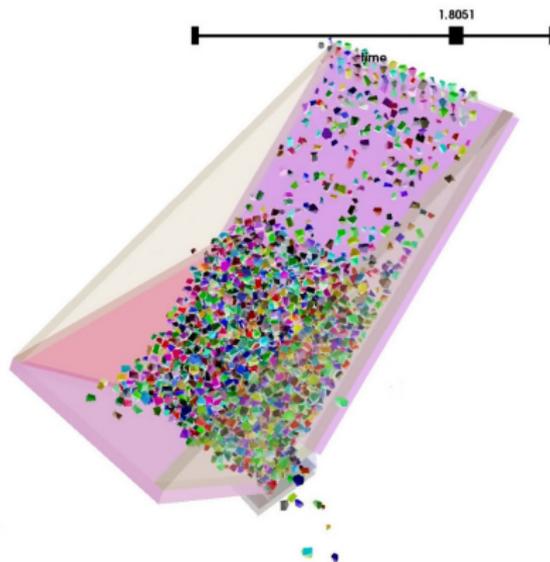
- Méthodes d'intégration en temps
- Méthodes explicites et approches compliantes
- Méthodes implicites et approches rigides

4 Applications de la MED en géotechnique

Principe général

Méthode numérique de simulation du comportement d'un grand nombre de particules en interaction :

- ▶ en dynamique
 - effets inertiels
- ▶ particules
 - rigides
 - ou déformables
- ▶ interaction de type :
 - contact
 - frottement
 - liaisons non linéaires
 - cohésion



Siconos, INRIA.

- ① Principe de la méthode des éléments discrets
- ② **Modélisation**
 - Equations du mouvement
 - Lois d'interface
- ③ Simulation numérique & Outils logiciels
 - Méthodes d'intégration en temps
 - Méthodes explicites et approches compliantes
 - Méthodes implicites et approches rigides
- ④ Applications de la MED en géotechnique

Modélisation

Chaque particule α est représentée par un vecteur de paramètres q_α pour laquelle on écrit les équations du mouvement :

$$M(q_\alpha)\ddot{q}_\alpha = F(t, q_\alpha, \dot{q}_\alpha) \quad (1)$$

où

- ▶ \dot{q}_α est la vitesse et \ddot{q}_α l'accélération
- ▶ $M(q_\alpha)$ est la matrice d'inertie,
- ▶ $F(t, q_\alpha, \dot{q}_\alpha)$ les efforts extérieurs et intérieurs.

Modélisation

Une interaction entre une particule α et une particule β est modélisée par une force de réaction R

$$\begin{aligned} M(q_\alpha)\ddot{q}_\alpha &= F(t, q_\alpha, \dot{q}_\alpha) + R_{\alpha\beta} \\ M(q_\beta)\ddot{q}_\beta &= F(t, q_\beta, \dot{q}_\beta) + R_{\beta\alpha} \end{aligned} \quad (2)$$

Loi de l'action et de la réaction

$$R_{\alpha\beta} = -R_{\beta\alpha} = R(t, q_\alpha, \dot{q}_\alpha, q_\beta, \dot{q}_\beta) \quad (3)$$

où $R(t, q_\alpha, \dot{q}_\alpha, q_\beta, \dot{q}_\beta)$ est la loi de comportement de l'interaction.

Modélisation

La loi de comportement $R(t, q_\alpha, \dot{q}_\alpha, q_\beta, \dot{q}_\beta)$ est le plus souvent écrite dans un repère local de l'interface (C_α, N, T)

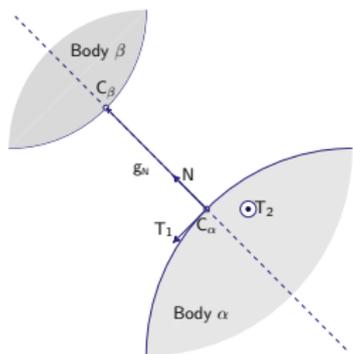


Figure – Repère local

On définit une fonction distance normale « gap » et un déplacement tangent

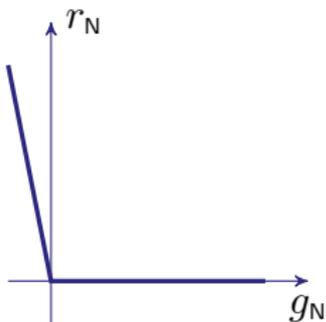
$$\begin{aligned} g_N &= g_N(q_\alpha, q_\beta) \\ g_T &= g_T(q_\alpha, q_\beta) \end{aligned} \quad (4)$$

et les vitesses relatives associées :

$$\begin{aligned} u_N &= u_N(\dot{q}_\alpha, \dot{q}_\beta, q_\alpha, q_\beta) \\ u_T &= u_T(\dot{q}_\alpha, \dot{q}_\beta, q_\alpha, q_\beta) \end{aligned} \quad (5)$$

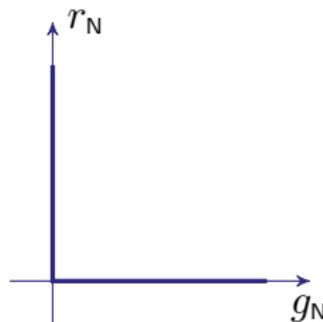
$$R = r_N N + r_T T \quad (6)$$

Modélisation. Loi de contact normal



contact compliant
avec raideur au contact

OU

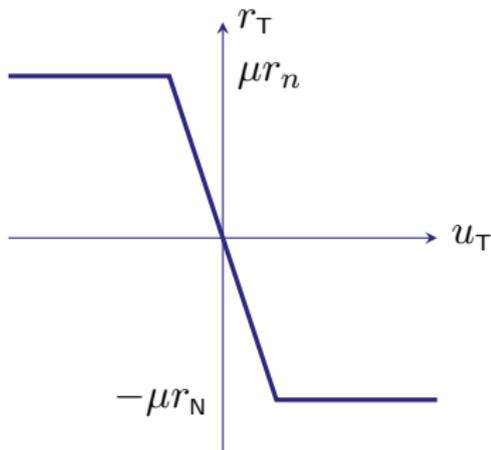


contact rigide
et loi d'impact

Enrichissements possibles

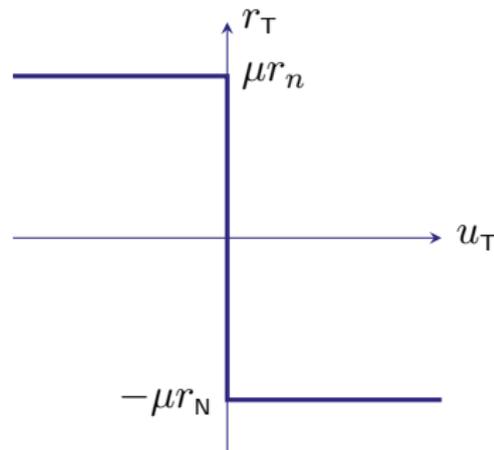
- ▶ Modèle de dissipation visqueuse
- ▶ Modèle de dissipation par plasticité et/ou endommagement
- ▶ Modèle de cohésion

Modélisation. Loi de frottement tangente



frottement avec partie visqueuse

OU



frottement sec de Coulomb

Enrichissements possibles : frottement statique/dynamique, cohésion, ...

- ① Principe de la méthode des éléments discrets

- ② Modélisation
 - Equations du mouvement
 - Lois d'interface

- ③ Simulation numérique & Outils logiciels
 - Méthodes d'intégration en temps
 - Méthodes explicites et approches compliantes
 - Méthodes implicites et approches rigides

- ④ Applications de la MED en géotechnique

Simulation. Intégration en temps

Equations du mouvement

$$\begin{aligned} M(q_\alpha)\dot{v}_\alpha &= F(t, q_\alpha, v_\alpha) + \sum_\beta R_{\alpha\beta} \\ \dot{q}_\alpha &= v_\alpha \end{aligned} \quad (7)$$

Discrétisation

- ▶ subdivision de l'intervalle d'étude :
 $[t^0, t^1, \dots, t^k, t^{k+1}, \dots, T^N]$
- ▶ $h = |t^{k+1} - t^k|$: pas de temps.

Simulation. Méthodes explicites

Méthodes explicites

$$\begin{aligned} M(q_\alpha^k)(v_\alpha^{k+1} - v_\alpha^k) &= hF(t^k, q_\alpha^k, v_\alpha^k) + h \sum_\beta R_{\alpha\beta}^k \\ q_\alpha^{k+1} - q_\alpha^k &= hv_\alpha^k \end{aligned} \quad (8)$$

Caractéristiques

- ▶ Explicite : q_α^{k+1} et v_α^{k+1} sont obtenues explicitement
- ▶ Résolution d'équations linéaires (souvent triviales) à chaque pas de temps.
- ▶ Evaluation des efforts avec les données connues au début du pas de temps

Simulation. Méthodes explicites

Avantages/Inconvénients

- ▶ 😊 Implantation simple
- ▶ 😊 Lois d'interaction variées et faciles à ajouter.
- ▶ 😊 Bien adaptées aux dynamiques rapides
- ▶ 😞 Paramètres physiques des lois de contact
- ▶ 😞 Bilan énergétique difficile à respecter
- ▶ 😞 Stabilité conditionnelle → petit pas de temps

Remarques

- ▶ Utilisées le plus souvent avec les modèles compliantes et le frottement avec partie visqueuse
- ▶ Ajout d'une dissipation visqueuse globale.

Simulation. Méthodes implicites

Méthodes implicites

$$\begin{aligned} M(q_\alpha^{k+1})(v_\alpha^{k+1} - v_\alpha^k) &= hF(t^{k+1}, q_\alpha^{k+1}, v_\alpha^{k+1}) + h \sum_\beta R_{\alpha\beta}^{k+1} \\ q_\alpha^{k+1} - q_\alpha^k &= hv_\alpha^{k+1} \end{aligned} \quad (8)$$

Caractéristiques

- ▶ Implicite : q_α^{k+1} et v_α^{k+1} sont obtenues par résolution d'équations non linéaires
- ▶ Evaluation des efforts avec les données inconnues à la fin du pas de temps

Simulation. Méthodes implicites

Avantages/Inconvénients

- ▶ 😊 Moins de paramètres d'interfaces.
- ▶ 😊 Méthodes stables : pas de temps plus grands
- ▶ 😊 Bilan énergétiques connus
- ▶ 😊 Bien adaptées aux évolutions quasi-statiques et aux équilibres
- ▶ 😊 Corps déformables avec l'approche éléments finis
- ▶ 😞 Implantation plus difficile
- ▶ 😞 Calcul potentiellement plus lourd.

Remarques

- ▶ Utilisées avec les modèles rigides et le frottement sec

Principales familles et outils logiciels

Méthodes explicites et approches compliantes

- ▶ BALL and TRUBAL : Approche historique (P. Cundall, O.D.L. Strack)
- ▶ Logiciels privés :
 - PFC 2D and PFC 3D : Itasca
 - UDEC and 3DEC : Itasca
 - EDEM, RockyDEM, Becker 3D, ...
- ▶ Logiciels libres :
 - Yade (3S-R, U. Grenoble Alpes, France)
 - ESyS-Particle (U. Queensland, Australia)
 - LIGGGHTS (Sandia Labs, USA)
 - ...

Principales familles et outils logiciels

Méthodes implicites et approches rigides

- ▶ LMGC : Approche historique (M. Jean, J.J. Moreau)
- ▶ Logiciels libres :
 - LMGC90 (LMGC, U. Montpellier, France)
 - Siconos (INRIA, U. Grenoble Alpes, France)
 - Chrono Engine (U. Parma, Italy, U. Wisconsin, USA)

- ① Principe de la méthode des éléments discrets

- ② Modélisation
 - Equations du mouvement
 - Lois d'interface

- ③ Simulation numérique & Outils logiciels
 - Méthodes d'intégration en temps
 - Méthodes explicites et approches compliantes
 - Méthodes implicites et approches rigides

- ④ Applications de la MED en géotechnique

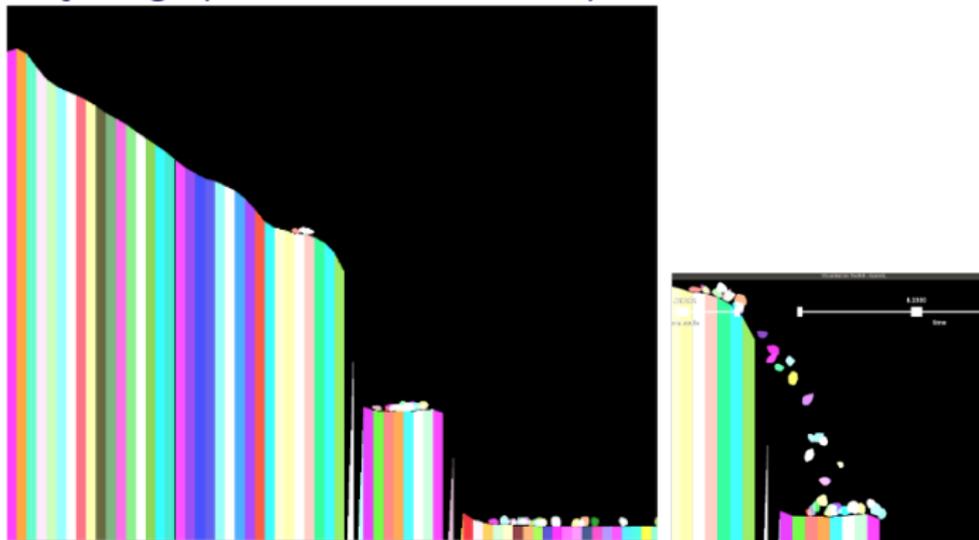
Écoulements granulaires

- ▶ Avalanches rocheuses
- ▶ Écoulement de laves torrentielles



Trajectographie sur terrain hétérogène

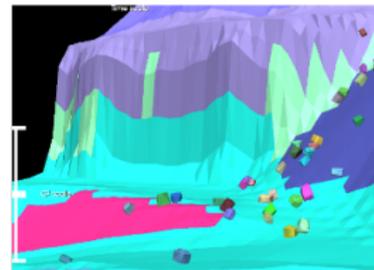
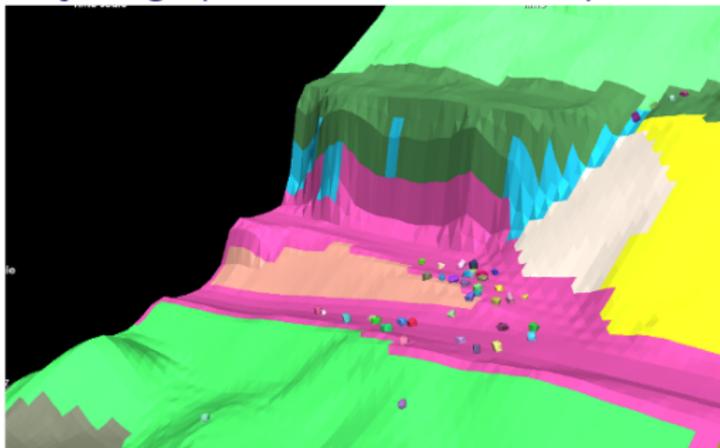
Trajectographie 2D. Prise en compte de la forme.



Benchmark Dôle . C2ROP
(F. Bourrier, INRAe. Siconos. INRIA)

Trajectographie sur terrain hétérogène

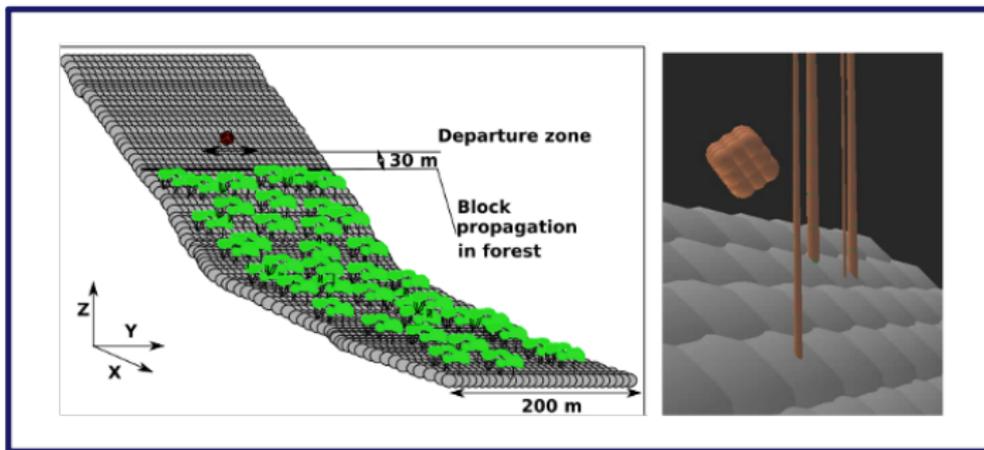
Trajectographie 3D. Prise en compte de la forme.



Benchmark Dôle . C2ROP
(F. Bourrier, INRAe. Siconos. INRIA)

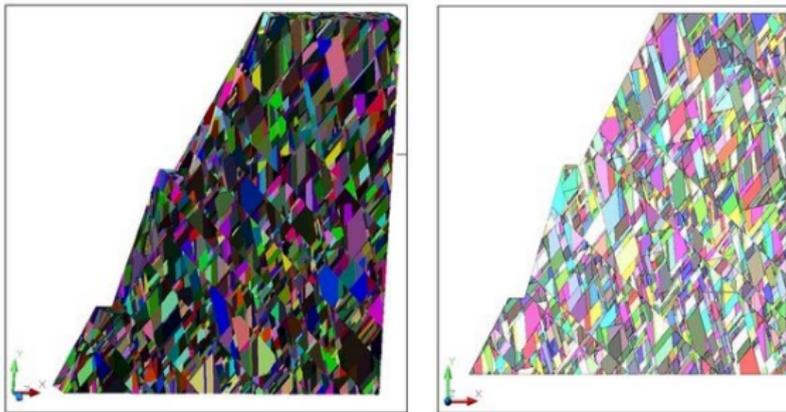
Trajectographie sur terrain hétérogène

Modèle d'obstacle comme les arbres.



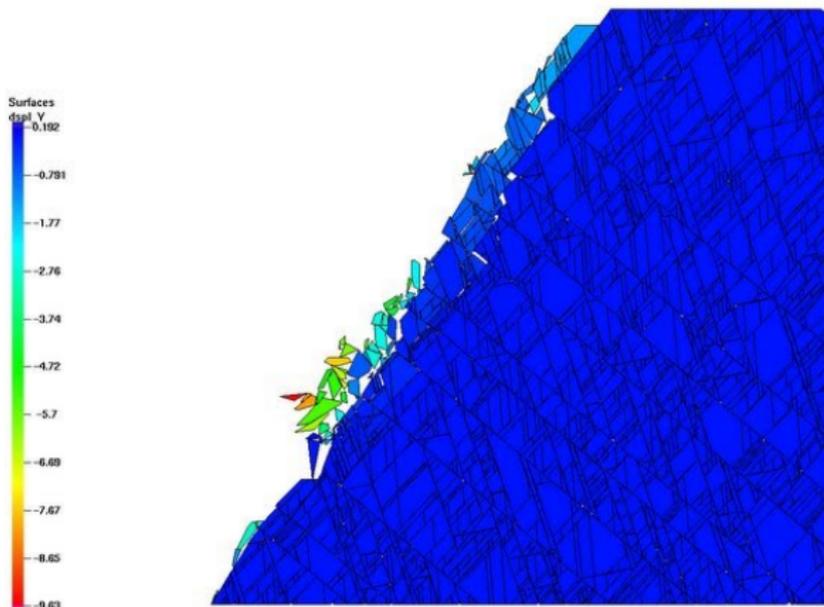
(Toe D., Bourrier F., Dorren L., Berger F. , RMRE, 2018)

Stabilité des pentes rocheuses et sols hétérogènes



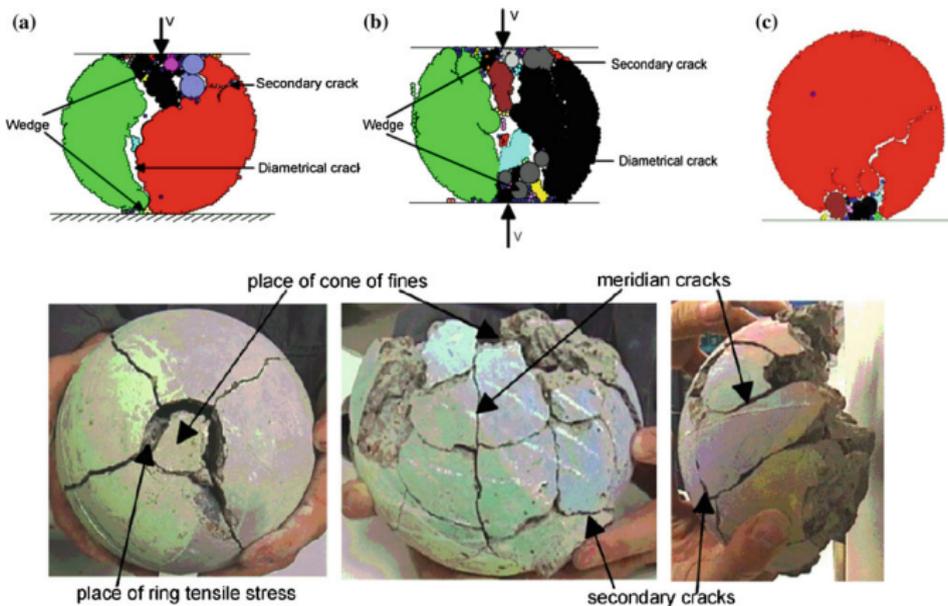
(LMGC90, Mines d'Ales Ali Rafiee, M. Vinches, F. Dubois)

Stabilité des pentes rocheuses et sols hétérogènes



(LMGC90, Mines d'Ales Ali Rafiee, M. Vinches, F. Dubois)

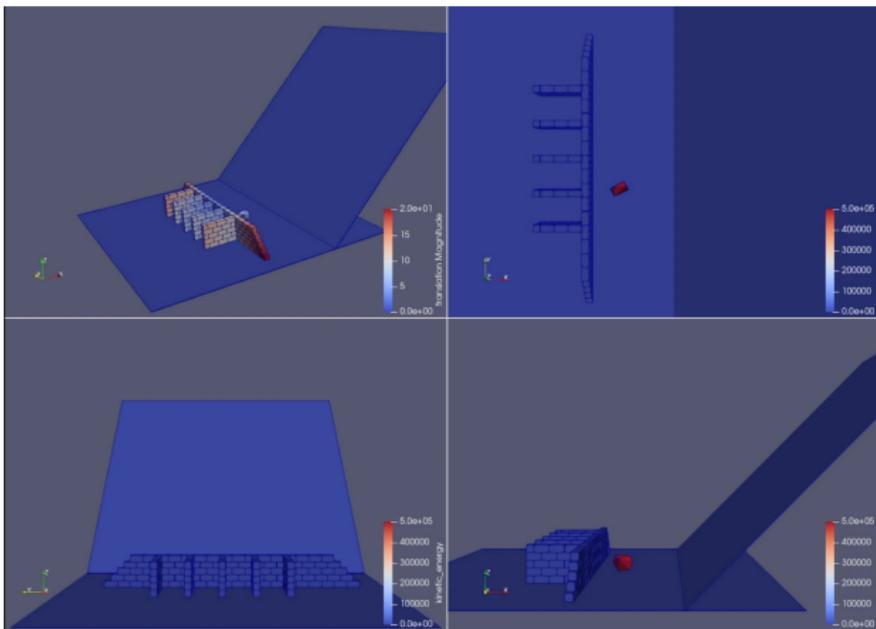
Comportement des milieux continus sous sollicitations extrêmes



Application of DEM to evaluate and compare process parameters for a particle failure under different loading conditions. Manoj Khanal, Jürgen Tomas. *Granular Matter*, July 2010

Comportements des ouvrages de protection

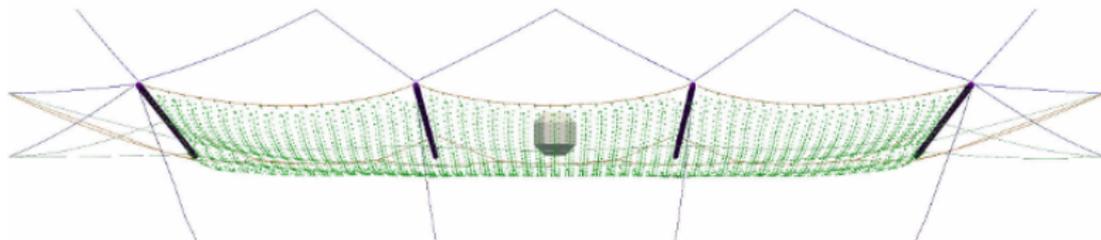
Ouvrages maçonnés.



V. Acary. Siconos. Inria

Comportements des ouvrages de protection

Filets de protection.



$t = -1 \text{ ms}$

Dugelas, L ; Bourrier, F ; Olmedo, I ; Nicot, F.

Verrous

- ▶ Fissuration des blocs en trajectographie
- ▶ Modèles déformable non linéaires : plasticité, endommagement
- ▶ Calcul scientifique haute-performance (HPC).
- ▶ Recalage des modèles et « Data-driven Mechanics »

La méthode des éléments discrets
Webinaire I-Risk

Merci de votre attention !